

경영·경제분석을 위한 핵심 수학(6판)

연습문제 풀이 이용 안내

- 본 문제 풀이의 저작권은 원서 저작권자(Knut Sydsæter, Arne Strøm, Peter Hammond, Andrés Carvajal)와 Pearson, 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

16.1 두 개의 선택변수 : 필요조건

1.

$$x = 1, y = 2$$

2.

(a) $(x, y) = (3, -4)$

(b) 증명 생략

3.

$$(K, L) = (2.8, 5.75)$$

4.

(a) 98로 동일

(b) $x = 11, y = 9$ 가 최대점이며, $P(11, 9) = 100$ 이다.

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

16.2 두 개의 선택변수 : 충분조건

1.

생략

2.

(a) $x = 40, y = 24$

(b) 1110

3.

풀이 생략

4.

(a) $\pi(x, y) = -4x^2 - 3xy - 3y^2 + 25x + 24y$

(b) $(x, y) = (2, 3)$

5.

$$x^* = \frac{1}{3}(2p - q - q), \quad y^* = \frac{1}{3}(-p + 2q - 1)$$

6.

(a) $x^* = \frac{p}{2\alpha}, y^* = \frac{q}{2\beta}$

(b) 풀이 생략

7.

$$\frac{525}{441}$$

8.

증명 생략

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

16.3 국소극점

1.

(a) $f'_1 = -2x + 6, f'_2 = -4y + 8, f''_{11} = -2, f''_{12} = 0, f''_{22} = -4$

(b) (3,2)는 국소극대

2.

(a) $f'_1 = 2x + 2y^2, f'_2 = 4xy + 4y, f''_{11} = 2, f''_{12} = 4y, f''_{22} = 4x + 4$

(b) (0,0)은 국소극소, (-1,1)과 (-1,-1)은 안장점

3.

(a) (0,0)은 안장점, $(-a,-2)$ 는 극소점

(b) $\frac{df^*(a)}{da} = -2ae^{-2}$

증명 생략

4.

증명 생략

5.

(a) (i) $x = 0$ 또는 (ii) $x \neq 0$ 이고 $y > -\frac{1}{x^2}$ 인 모든 (x,y)

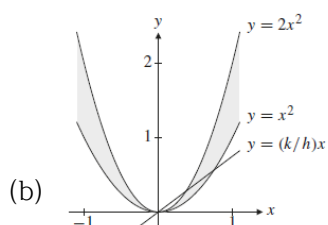
(b) 증명 생략

(c) 증명 생략

(d) $(0,b)$ 에서 $b < 0$: 국소극대, $b = 0$: 안장점, $b > 0$: 국소극소

6.

(a) 증명 생략



(c) 증명 생략

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

16.4 2차 목적함수를 갖는 선형모형

1.

(a) $P_1^* = 110, P_2^* = 100, \pi^* = 5650$

(b) $\frac{50}{3}$ 만큼 줄어든다.

(c) 풀이 생략

2.

(a) $\pi = -bp^2 - dq^2 + (a + \beta b)p + (c + \beta d)q - \alpha - \beta(a + c), p^* = \frac{a + \beta b}{2b}, q^* = \frac{c + \beta d}{2d}$

(b) $\hat{p} = \frac{a + c + \beta(b + d)}{2(b + d)}$

(c) $\frac{(ad - bc)^2}{4bd(b + d)}$

3.

풀이 생략

4.

(a) $\hat{a} = 0.105, \hat{b} = 11.29$

(b) $\hat{c} = 0.23, \hat{d} = 5.575$

(c) 1978년 후반

5.

(a) $p = 9, q = 8, x = 16, y = 4$

A, B 회사의 총이윤은 각각 123과 21이다.

(b) A 회사 : $p = p_A(q) = \frac{1}{5}(2q + 17)$

B 회사: $q = q_B(p) = \frac{1}{3}(p + 7)$

(c) $p = 5, q = 4, x = 20, y = 12$

A, B 회사의 이윤은 각각 75과 21

(d) 풀이 생략

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

16.5 극값정리

1.

(a) $f'_1(x, y) = 4 - 4x$, $f'_2(x, y) = -4y$

$(1, 0)$

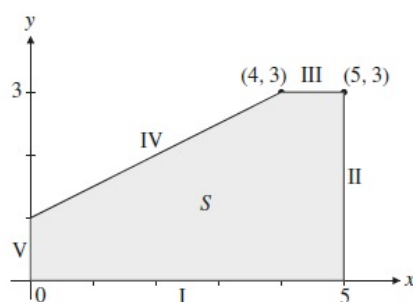
(b) 극대점 $(1, 0)$, 극소점 $(-5, 0)$

2.

(a) 최대점: $(0, 4)$, $(4, 0)$, 최소점: $(3, 3)$

(b) 최대점: $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 최소점: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

3.



최댓값은 점 $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ 에서 $\frac{27}{8}$ 이다.

4.

(a) $a = 1$, $b = -2$, $c = \frac{1}{27}$

(b) 최댓값 $\frac{193}{27}$, 최솟값 $-\frac{1}{9}$

5.

(a) $(1, 2)$ 는 극소점, $(0, 0)$ 과 $(0, 4)$ 는 안장점이다.

(b) 증명 생략

(c) 증명 생략

(d) $y' = 0$

6.

(a) 닫혀있고 유계이며 콤팩트하다.

(b) 열린 비유계집합

(c) 닫혀있고 유계이며 콤팩트하다.

(d) 닫힌 비유계집합

(e) 닫힌 비유계집합

(f) 열린 비유계집합

7.

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\infty, 1) \\ 2, & x \in [1, \infty) \end{cases}$$

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

16.6 다변수함수

1.

(a) $(x, y, z) = (1, 5, 0)$

(b) $(x, y, z) = (0, 0, 0)$

2.

증명 생략

3.

증명 생략

4.

$$f'_x = -6x^2 + 30x - 36, f'_y = 2 - e^{y^2}, f'_z = -3 + e^{z^2}$$

$$(x, y, z) = (3, \pm \sqrt{\ln 2}, \pm \sqrt{\ln 3}), (x, y, z) = (2, \pm \sqrt{\ln 2}, \pm \sqrt{\ln 3})$$

5.

(a) $(x, y) \in S$ 에서 $\max x^2 + y^2 - 2x$

(b) $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$ 일 때 $\max \ln A + a_1 \ln x_1 + \cdots + a_n \ln x_n$

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

16.7 비교정학과 포락선정리

1.

$$(a) \ x^* = \frac{p-a-t}{2b}, \pi^* = \frac{(p-a-t)^2}{4b}$$

(b) 증명 생략

2.

$$(a) \ \pi = P\sqrt{L} - wL, \ L^* = \left(\frac{P}{2w}\right)^2$$

(b) 증명 생략

3.

$$(a) \ \pi = p(K^{2/3} + L^{1/2} + T^{1/3}) - rK - wL - q, \ K^* = \frac{8}{27}p^3r^{-3}, L^* = \frac{1}{4}p^2w^{-2}, T^* = \frac{1}{3\sqrt{3}}p^{3/2}q^{-3/2}$$

(b) 증명 생략

4.

증명 생략

5.

(a) 생략

$$(b) \ \frac{\partial K^*}{\partial p} = \frac{-F'_{KK}F''_{LL} + F'_LF''_{KL}}{p[F''_{KK}F''_{LL} - (F''_{KL})^2]}, \ \frac{\partial K^*}{\partial r} = \frac{F''_{LL}}{p[F''_{KK}F''_{LL} - (F''_{KL})^2]}, \ \frac{\partial K^*}{\partial w} = \frac{-F''_{KL}}{p[F''_{KK}F''_{LL} - (F''_{KL})^2]}$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial p} = \frac{-F'_LF''_{KK} + F'_KF''_{LK}}{p[F''_{KK}F''_{LL} - (F''_{KL})^2]}, \ \frac{\partial L^*}{\partial r} = \frac{-F''_{LK}}{p[F''_{KK}F''_{LL} - (F''_{KL})^2]}, \ \frac{\partial L^*}{\partial w} = \frac{F''_{KK}}{p[F''_{KK}F''_{LL} - (F''_{KL})^2]}$$

(c) 증명 생략

6.

$$(a) \ R'_1 - C'_1 + s = 0, \ R'_2 - C'_2 - t = 0$$

$$(b) \ \pi''_{11} = R''_{11} - C''_{11} < 0 \text{과} \ D = \pi''_{11}\pi''_{22} - (\pi''_{12})^2 > 0$$

$$(c) \ \frac{\partial x_1^*}{\partial \sigma} > 0, \ \frac{\partial x_1^*}{\partial \tau} > 0, \ \frac{\partial x_2^*}{\partial \sigma} < 0, \ \frac{\partial x_2^*}{\partial \tau} < 0$$

(d) 증명 생략

CHAPTER 16 제약조건이 없는 최적화

CHAPTER 16 복습문제

16.1

(a) $(x, y) = (2, -5)$

증명 생략

16.2

(a) $(Q_1, Q_2) = (500, 200)$

(b) $P_1 = 105$

16.3

(a) $(x, y) = (230, 5)$

(b) $(x, y) = (195, 5)$

16.4

(a) $(0, 0)$ 과 $\left(3, \frac{9}{2}\right)$

(b) $(0, 0), \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}, \sqrt{2}\right), \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right)$

(c) $(0, 0), (0, 4), (2, 2), (-2, 2)$

16.5

$(x^*(a), y^*(a)) = \left(\frac{1}{a}, 2a\right), f^*(a) = -\frac{1}{a} - 4a^2$

16.6

(a) $K^* = \left(\frac{ap}{r}\right)^{\frac{1}{1-a}}, L^* = \left(\frac{bp}{w}\right)^{\frac{1}{1-b}}, T^* = \left(\frac{cp}{q}\right)^{\frac{1}{1-c}}$

(b) $\frac{\partial \pi^*}{\partial r} = -\left(\frac{ap}{r}\right)^{\frac{1}{1-a}}$

16.7

(a) $f'_1 = e^{x+y} + e^{x-y} - \frac{3}{2}, f'_2 = e^{x+y} + e^{x-y} - \frac{1}{2}, f''_{11} = e^{x+y} + e^{x-y}, f''_{12} = e^{x+y} - e^{x-y}, f''_{22} = e^{x+y} + e^{x-y}$

(b) $(x, y) = \left(-\frac{1}{2}\ln 2, \frac{1}{2}\ln 2\right)$ 에서 $f(x, y) = \frac{1}{2}(3 + \ln 2)$

16.8

(a) $(0, 0)$ 은 안장점, $\left(\frac{5}{6}, -\frac{5}{12}\right)$ 는 극대점

(b) $S = \left\{(x, y): x \geq \frac{5}{12}\right\}$ 이며, $\left(\frac{5}{6}, -\frac{5}{12}\right)$ 에서 최댓값 $\frac{125}{432}$ 를 가진다.

16.9

(a) 증명 생략

(b) 증명 생략

(c) $y \leq \frac{1}{2}a^2$

16.10

(a) $p = C'_x(x^*, y^*), q = C'_y(x^*, y^*)$

(b) 증명 생략

(c) $\frac{\partial \pi}{\partial x} = a - 2bx - cy - \beta y - P = 0, \frac{\partial \pi}{\partial y} = -cx + \alpha - \beta x - 2\gamma y - Q = 0$

(d) 증명 생략